



**BANQUE POPULAIRE
AQUITAINE
CENTRE ATLANTIQUE**

www.bpaca.banquepopulaire.fr

TOURNOI MATHEMATIQUE DU LIMOUSIN

IREM, 123 avenue Albert Thomas
87060 Limoges CEDEX

Le plaisir de chercher



2016

Mardi 19 janvier
TOURNOI dans les classes de lycée

Samedi 21 mai
REMISE DES PRIX
sous la présidence de Monsieur le Recteur

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par:

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de mathématiques de Limoges.

Quelques recommandations:

Vous travaillez à plusieurs dans une même salle, pensez à respecter le travail des autres.

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... **sans faire de bruit.**

Pensez qu'**il faut justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées.

Chaque équipe remet une seule copie. **Ecrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que **votre classe, votre section** et le nom de **votre établissement.**

Pour chacun des textes composant le sujet, vous ne devez pas hésiter à proposer

- éventuellement plusieurs démonstrations,
- des solutions partielles, des prolongements,
- de nouvelles questions, même si vous n'y répondez pas ...

Bref, place à votre imagination créatrice, aux idées même insolites et au plaisir de chercher.

Avoir le comportement du chercheur c'est :

essayer, expérimenter, conjecturer, induire, déduire, relier, trouver, douter, critiquer, généraliser, modéliser, conceptualiser, schématiser, formaliser ...

Bonne chance à vous tous, Chevaliers du Tournoi !

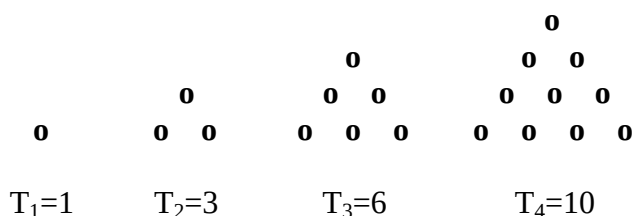
Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible dès la fin des épreuves sur le site de l'IREM de Limoges : www.unilim.fr/irem/

Les nombres triangulaires

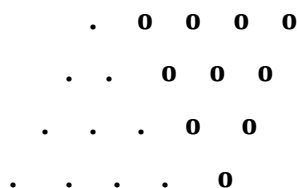
1. Pour tous:

a) Calculez T_5 , T_6 , T_7 , T_8 .

b) Exprimez T_n en fonction de n sous la forme d'une somme d'entiers.



Pour calculer un nombre triangulaire on utilise la formule $2T_n=n(n+1)$ schématisée pour $n=4$ par ce dessin :



c) 2016 est-il un nombre triangulaire ?

d) Les entiers 1 et 36 sont des nombres triangulaires égaux au carré d'un nombre entier. Trouvez au moins un autre nombre triangulaire égal au carré d'un nombre entier.

2. Uniquement pour les premières et les terminales:

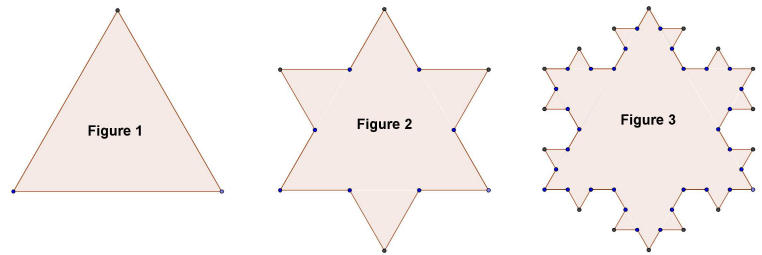
e) Montrez que la différence des carrés de deux nombres triangulaires consécutifs est le cube d'un entier.

f) Les nombres triangulaires peuvent-ils se terminer par n'importe quel chiffre ?

Il neige des flocons ... de Von Koch !

Pour obtenir un flocon de Von Koch, on considère un triangle équilatéral de 12 cm de côté sur lequel on procède au programme suivant:

- on divise chacun des segments de la figure en trois segments de même longueur;
- on construit sur chaque segment médian à l'extérieur du triangle de base, un triangle équilatéral;
- on supprime chacun des segments médians ;
- on recommence les étapes précédentes.



1. Calculez le périmètre de chacune des trois figures.
2. Quel serait le périmètre de la figure 4 ? De la figure n ?
3. On désigne par A l'aire de la figure 1. Quelle fraction de A mesure l'aire de la figure 2 ?
L'aire de la figure 3 ? L'aire de la figure n ?

L'invasion des 1

Dans ce problème on a seulement le droit d'utiliser le nombre 1, des additions, des multiplications et des paires de parenthèses (mais on ne peut pas utiliser les nombres 11, 111, ...).

En utilisant exactement 5 fois le nombre 1 on peut obtenir tous les entiers compris entre 1 et 6.

Par exemple : $1 + 1 + 1 \times 1 \times 1 = 3$ et $(1 + 1) \times (1 + 1 + 1) = 6$.

1. Montrez qu'avec exactement 6 fois le nombre 1 on peut obtenir tous les entiers de 1 à 9.
2. Quels entiers peut-on obtenir avec exactement 7 fois le nombre 1 ?
3. Quel est le plus grand entier qu'on peut obtenir avec exactement 10 fois le nombre 1 ?
4. Obtenez ainsi 2016 avec le minimum de fois le nombre 1.
5. Quel est le plus grand entier qu'on peut obtenir avec exactement n fois le nombre 1 ?

C'est renversant !

En utilisant tous les chiffres de 1 à 9, Léon a formé trois nombres de trois chiffres qu'il a ajoutés pour former une somme S. Noël a renversé les trois nombres formés par Léon (par exemple 135 devient 531) et a calculé leur somme S'.

1. Dans cette partie, Léon a obtenu $S = 2016$.
 - a) Montrez sur un exemple que Léon peut effectivement obtenir $S = 2016$ et donnez pour cet exemple la valeur de S', somme obtenue par Noël.
 - b) Quelles sont les différentes sommes S' que Noël peut obtenir ?
2. Dans cette partie, Léon a obtenu une somme S non précisée.
 - a) Pour quelles sommes S, obtenues par Léon, Noël peut-il obtenir une somme S' égale à S ?
 - b) Pour combien de sommes S y a-t-il exactement deux possibilités pour la somme S' ?

Avec le soutien :

- du Rectorat de l'Académie de Limoges,
- du Conseil Régional du Limousin,
- des Conseils Généraux des départements : Corrèze, Creuse et Haute-Vienne,
- de l'Université de Limoges,
- de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,
- du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,
- de l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation de l'Académie de Limoges,
- de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,
- de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,
- du Comité International des Jeux Mathématiques,
- des Calculatrices CASIO,
- des Calculatrices Texas Instrument,
- de l'Association Limousine des Sports Aériens,
- de la Banque Populaire Aquitaine Centre Atlantique,
- de Récréasciences CCSTI,
- des éditions Pole-Tangente,
- de la MAIF et de la MGEN,
- de la librairie Page et Plume de Limoges,
- de la librairie Anecdotes,
- du Bowling Club Limousin et du Bowling de Brive,
- de la patinoire de Limoges (Vert Marine),
- du Laser Game Evolution de Limoges,
- des madeleines Bijou,
- de la Fédération des œuvres laïques de la Haute-Vienne,
- de Tarz en Arbre Limoges,
- des Kartings de Pageas, de Lubersac et de Limoges (RMT),
- du service des sports de la ville de Limoges (entrées piscine et mini golf)

Tournoi Mathématique du Limousin 123, avenue Albert Thomas 87060 Limoges Cedex